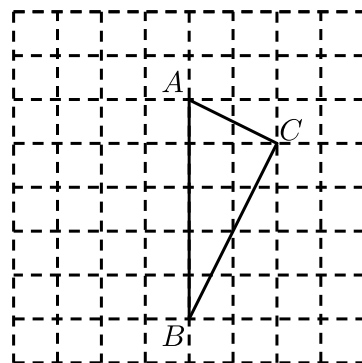


第2讲 格点问题进阶

一、作平行、垂直

例题1

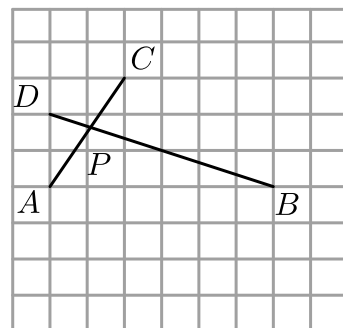
1. 如图，在由边长为1的小正方形组成的网格图中，有一个格点三角形 ABC 。（注：顶点均在网格线交点处的三角形称为格点三角形。）



- (1) $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形（填“锐角”“直角”或“钝角”）。
- (2) 若 P 、 Q 分别为线段 AB 、 BC 上的动点，当 $PC + PQ$ 取得最小值时。
- ① 在网格中用无刻度的直尺，画出线段 PC 、 PQ 。（请保留作图痕迹。）
 - ② 直接写出 $PC + PQ$ 的最小值：_____。

练习1

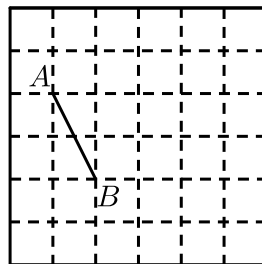
2. 如图，在每个小正方形边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上， AC 、 BD 交于点 P 。



- (1) $\tan \angle ABD$ 的值为 _____。
- (2) 若点 M 在线段 AB 上，当 $PM + \frac{\sqrt{2}}{2}BM$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中用无刻度的直尺，画出点 M ，并简要说明点 M 的位置是如何找到的（不要求证明）。

例题2

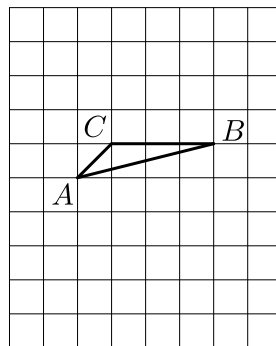
3. 如图，将线段 AB 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 均落在格点上．



- (1) AB 的长等于 _____ ．
- (2) 请在如图所示的网格中用无刻度的直尺，画出一个以线段 AB 为边长、周长为 $6\sqrt{5}$ 的矩形 $ABCD$ ，并简要说明画图的方法（不要求证明） _____ ．

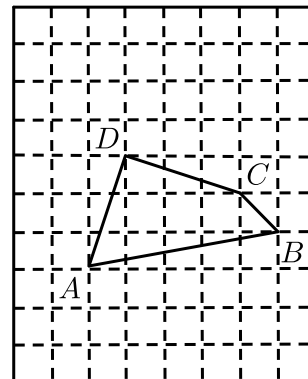
练习2

4. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 均落在格点上．



- (1) 计算 $AC^2 + BC^2$ 的值等于 _____ ．
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为一边的矩形，使矩形的面积等于 $AC^2 + BC^2$ ，并简要说明画图方法（不要求证明） ．

5. 如图，将四边形 $ABCD$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均落在格点上。

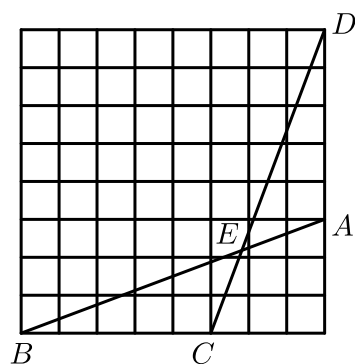


- (1) 计算 $AD^2 + DC^2 + CB^2$ 的值等于_____。
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为一边的矩形，使该矩形的面积等于 $AD^2 + DC^2 + CB^2$ ，并简要说明画图方法（不要求证明）_____。

二、作等分点

例题3

6. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上， AB 与 CD 相交于点 E 。

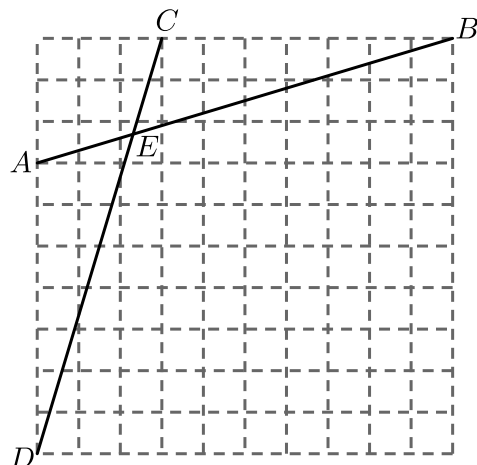


- (1) CD 的长等于_____。
- (2) F 是线段 DE 上一点，且 $3EF = 5FD$ ，在线段 BF 上有一点 P ，满足 $\frac{BP}{PF} = \frac{4}{5}$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）

_____。

练习3

7. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C, D 均在格点上， AB 与 CD 相交于点 E 。

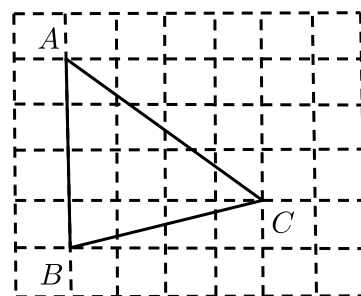


(1) AB 的长等于 _____ 。

(2) 点 F 是线段 DE 的中点，在线段 BF 上有一点 P ，满足 $\frac{BP}{PF} = \frac{5}{3}$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ 。

例题4

8. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, C 均在格点上。

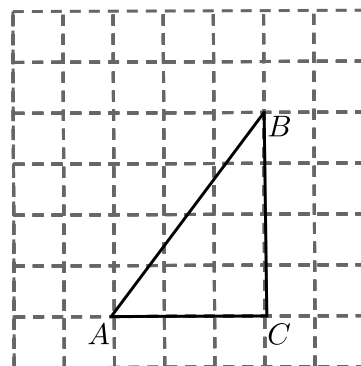


(1) AC 的长等于 _____ 。

(2) 在线段 AC 上有一点 D ，满足 $AB^2 = AD \cdot AC$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 D ，并简要说明点 D 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ 。

练习4

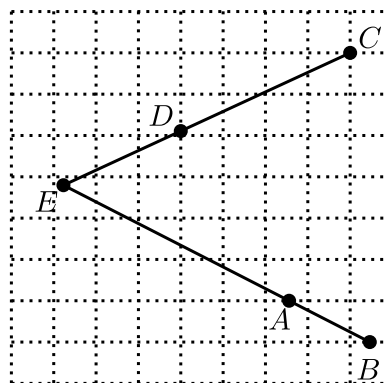
9. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上．



(1) 计算 $\triangle ABC$ 的周长等于 _____ ．

(2) 点 P ，点 Q (不与 $\triangle ABC$ 的顶点重合) 分别为边 AB ， BC 上的动点， $4PB = 5QC$ ，连接 AQ ， PC ．当 $AQ \perp PC$ 时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AQ ， PC ，并简要说明点 P ， Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) ．

10. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A ， B 为小正方形边的中点， C ， D 为格点， E 为 BA ， CD 的延长线的交点．



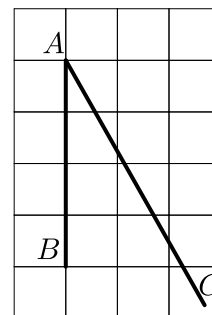
(1) CD 的长等于 _____ ．

(2) 若点 N 在线段 BE 上，点 M 在线段 CE 上，且满足 $AN = NM = MC$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 MN ，并简要说明点 M ， N 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ ．

三、作角平分线

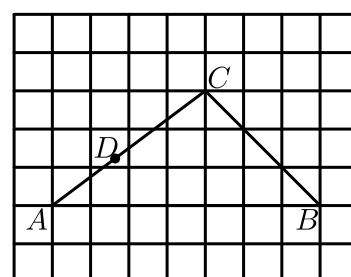
例题5

11. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A, B 为格点， $\angle BAC = 30^\circ$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\angle BAC$ 的平分线 AP ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。



练习5

12. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上， D 为 AC 边上的一点。

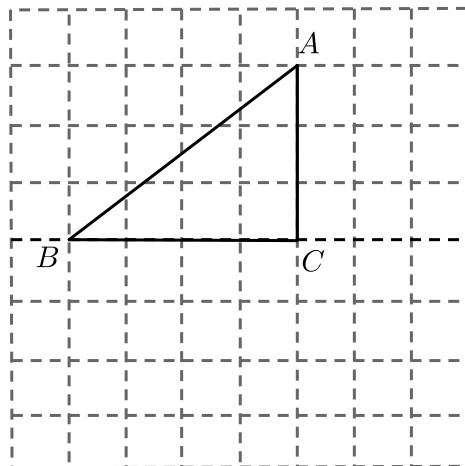


- (1) 线段 AC 的值为_____。
- (2) 在如图所示的网格中， AM 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，在 AM 上求一点 P ，使 $CP + DP$ 的值最小，请用无刻度的直尺，画出 AM 和点 P ，并简要说明 AM 和点 P 的位置是如何找到的（不要求证明）_____。

四、作垂直平分线

例题6

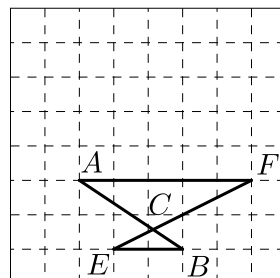
13. 在如图所示的网格中，每个小正方形的边长都为1，点 A ， B ， C 均为格点，



- (1) $\triangle ABC$ 的面积等于 _____ .
- (2) 请借助无刻度的直尺，从如图所示的网格中画出 $\triangle ABC$ 的角平分线 BD 的垂直平分线，并简要说明你是怎么画出来的： _____ .

练习6

14. 如图，在边长都是1的小正方形组成的网格中， A ， B ， E ， F 均为格点，线段 AB ， EF 相交于点 C

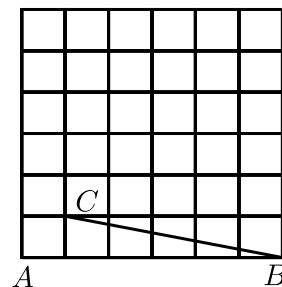


- (1) $AB =$ _____ .
- (2) 请在如图所示的网格中，运用无刻度直尺，画出线段 AC 的垂直平分线，并简要说明画图方法（不要求证明） _____ .

五、与三角函数结合作角度

例题7

15. 如图，是由边长相等的小正方形组成的网格，点 A ， B ， C 均在格点上，连接 BC 。



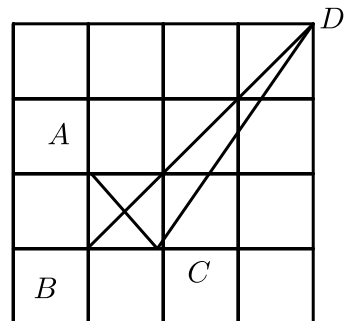
(1) $\tan \angle ABC$ 的值等于 _____ 。

(2) 在网格中，用无刻度的直尺，画出 $\angle CBD$ ，使 $\tan \angle CBD = \frac{2}{3}$ 。

练习7

16. 图①，图②是由边长相等的小正方形组成的网格．

- (1) 如图①，点 A ， B ， C ， D 均在格点上，连接 AC ， BD ， CD ，则 $\tan \angle ACD$ 的值等于_____．

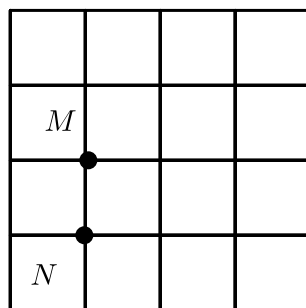


图①

- (2) 如图②，点 M ， N 均落在格点上，在网格中，用无刻度的直尺，画出 $\angle MON$ ，需满足以下两个条件：

① $\tan \angle MON = 3$ ；

②角的顶点 O 不在网格线上；并简要说明点 O 的位置时如何找到的．（不要求证明）



图②

17. 如图，在由小正方形组成的网格中，点 A 、 B 均在格点上．

- (1) 在图1中画出一个直角 $\triangle ABC$ ，使得点 C 在格点上且 $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$ ．

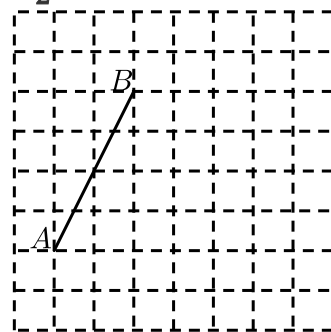


图 1

- (2) 在图2中画出一个 $\triangle ABD$ ，使得点 D 在格点上且 $\tan \angle BAD = \frac{2}{3}$ ，请在图2所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle ABD$ ，并简要说明理由．

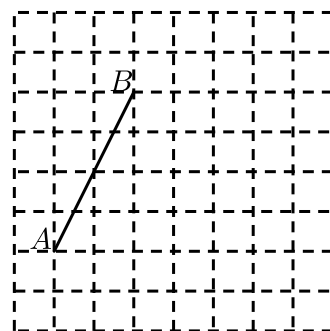
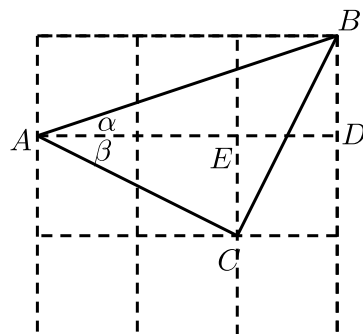


图 2

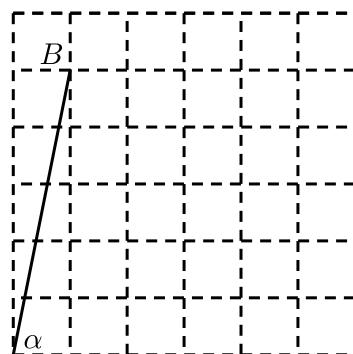
例题8

18. 回答下列问题：

(1) 如图1, 如果 α, β 都为锐角. 且 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$, $\tan \beta = \frac{1}{2}$. 则 $\alpha + \beta =$ _____ .

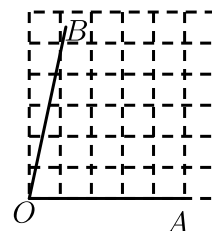


(2) 如果 α, β 都为锐角, 当 $\tan \alpha = 5$, $\tan \beta = \frac{2}{3}$ 时, 在图2的正方形网格中, 利用已作出的锐角 α , 画出 $\angle MON$, 使得 $\angle MON = \alpha - \beta$. 此时 $\alpha - \beta =$ _____ 度.



练习8

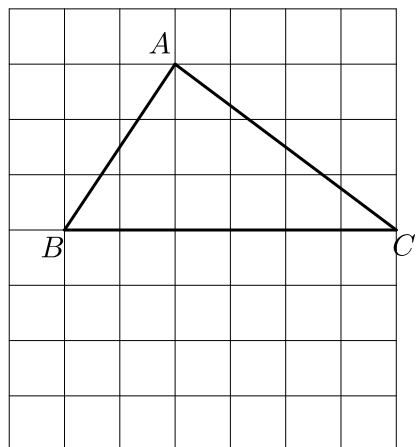
19. 如图, 将 $\angle BOA$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中, 点 O, A 均落在格点上, 角的一边 OA 与水平方向的网格线重合, 另一边 OB 经过格点 B .



(1) $\tan \angle BOA$ 等于 _____ .

(2) 如果 $\angle BOC$ 为 $\angle BOA$ 内部的一个锐角, 且 $\tan \angle BOC = \frac{2}{3}$, 请在如图所示的网格中, 借助无刻度的直尺画出 $\angle COA$, 使得 $\angle COA = \angle BOA - \angle BOC$, 并简要说明 $\angle COA$ 是如何找到的 (不要求证明) _____ .

20. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 均在格点上。



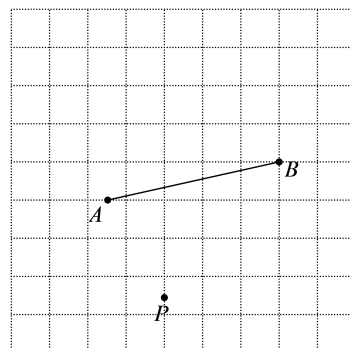
- (1) AB 的长等于 _____ .
- (2) 请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出点 E, F ，点 E 在 BC 上，且 $BE:CE = 1:3$ ，点 F 在 AB 上，使其满足 $\angle CEA = \angle BEF$ ，并简要说明点 E, F 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

六、作特殊角度

例题9

21. 如图所示，在每个边长都为1的小正方形组成的网络中，点 A, P 分别为小正方形的中点， B 为格点。

- (1) 线段 AB 的长度等于 _____ .
- (2) 在线段 AB 上存在一个点 Q ，使得点 Q 满足 $\angle PQA = 45^\circ$ ，请你借助给定的网格，并利用不带刻度的尺作出 $\angle PQA$ ，并简要说明你是怎么找到点 Q 的 _____ .



练习9

22. 如图，在 6×7 的正方形的网格图中，点 A 、 B 、 C 均为格点，仅用无刻度直尺按要求作图：

(1) 在图1中，画一条射线 AM ，使 $\angle BAM = 45^\circ$ 。

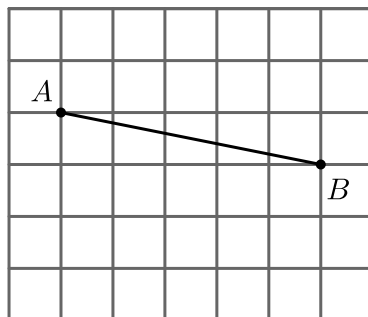


图1

(2) 在图2中，在线段 AB 上求点 P ，使 $\angle CPA = 45^\circ$ 。

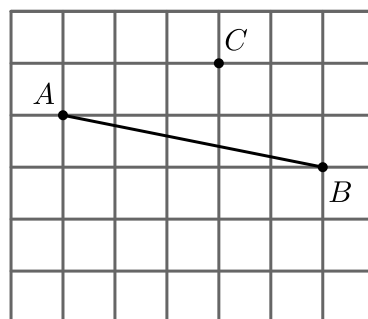
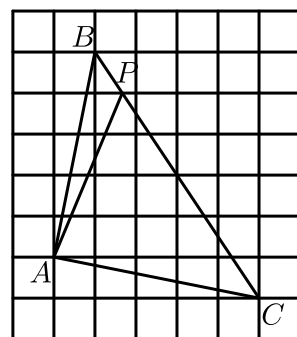


图2

练习10

23. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、点 B 、点 C 均落在格点上， P 为 BC 与网格线的交点，连接 AP 。



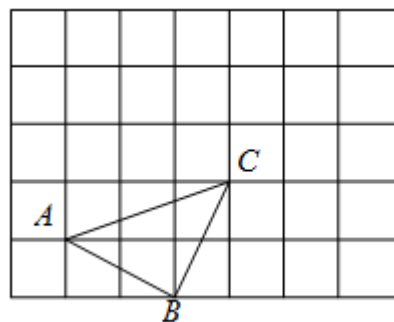
(1) BC 的长等于 _____。

(2) Q 为边上 BC 上一点，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 AQ ，使 $\angle PAQ = 45^\circ$ ，并简要说明点 Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____。

七、构造等面积或已知面积

例题10

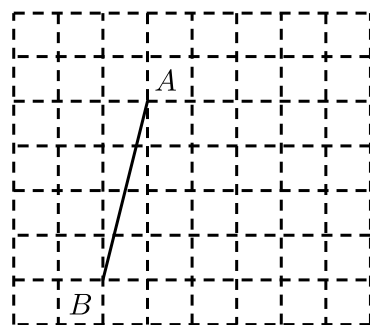
24. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ， B ， C 均在格点上．



- (1) 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ ．
- (2) 请利用网格作以 AB 为底的等腰 $\triangle ABD$ ，使 $\triangle ABD$ 的面积等于3说明你的作图方法（不要求证明） _____ ．

练习11

25. 如图，方格纸上的小正方形的边长均为1个单位长度，点 A ， B 都在格点上（两条网格线的交点叫格点），请用无刻度直尺完成下列问题：

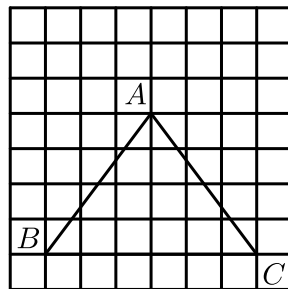


- (1) 在图中画出线段 AB 的中点 C ．
- (2) 将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 90° ，得到旋转后的线段 AB' ．
- (3) 在线段 AB' 上画出点 D ，使 $\triangle ABD$ 面积为 $\frac{34}{5}$ ．

例题11

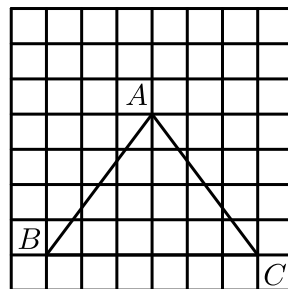
26. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长都为1，请仅用无刻度的直尺分别按下列要求画图（保留画图痕迹）。

（1）图（1）中，画一条直线将 $\triangle ABC$ 的面积与周长同时平分，且分得的两个图形全等。



图(1)

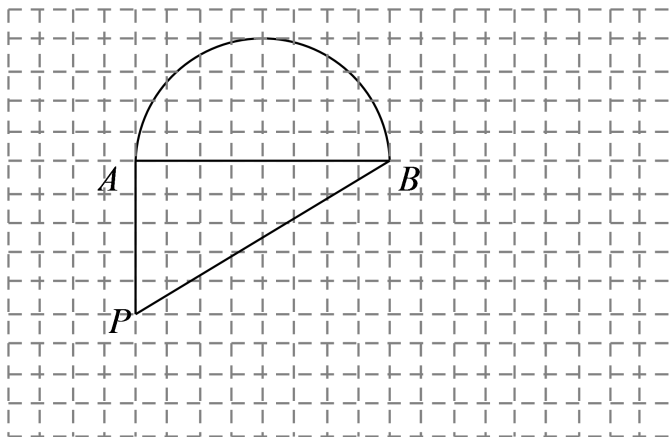
（2）在图（2）中，画一条直线将 $\triangle ABC$ 的面积与周长同时平分，但分得的两个图形不相同。



图(2)

练习12

27. 在每个小正方形的边长为1的网格中，有以 AB 为直径的半圆和线段 AP ， AB 组成的一个封闭图形，点 A ， B ， P 都在网格点上。



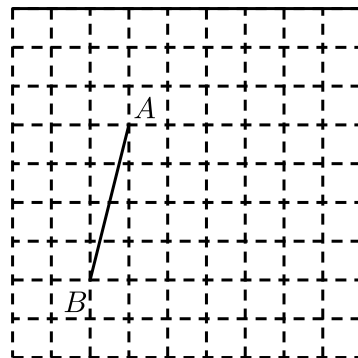
（1）计算这个图形的面积为 _____。

（2）请在如图所示的网格中，用无刻度直尺，画出一条能够将这个图形的面积平分的直线，并简要说明这条直线是如何找到的（不要求证明）。

八、构造面积比例

例题12

28. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B 均为格点．



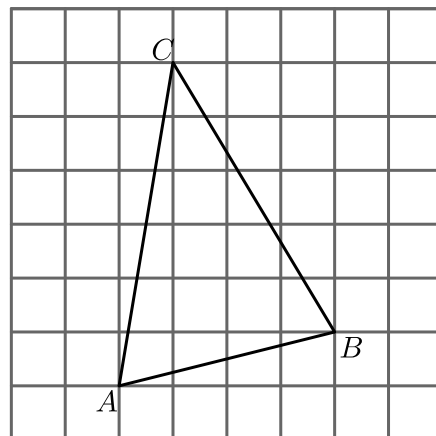
(1) AB 的长等于 _____ ．

(2) 若点 C 是以 AB 为底边的等腰直角三角形的顶点，点 D 在边 AC 上，且满足

$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 BD ，并简要说明点 D 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．

练习13

29. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 均在格点上．

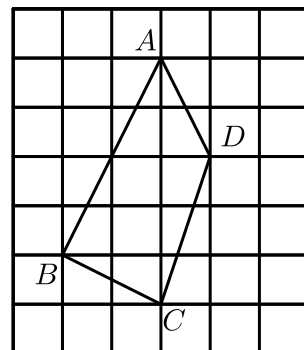


(1) AB 的长等于 _____ ．

(2) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P ，满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3$ ，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．

例题13

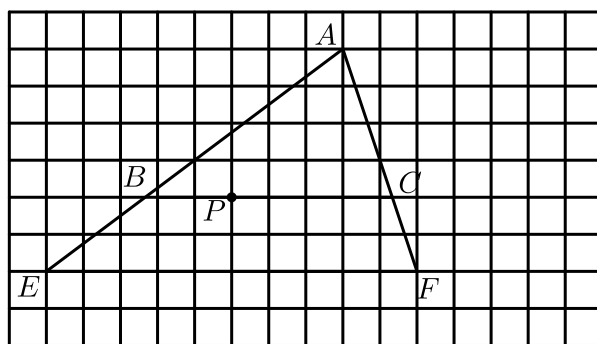
30. 如图，是大小相等的边长为1的正方形构成的网格， A, B, C, D 均为格点。



- (1) $\triangle ACD$ 的面积为 _____ .
- (2) 现只有无刻度的直尺，请在线段 AD 上找一点 P ，并连结 BP ，使得直线 BP 将四边形 $ABCD$ 的面积分为 $1:2$ 两部分，在图中画出线段 BP ，并在横线上简单说明你的作图方法 _____ .

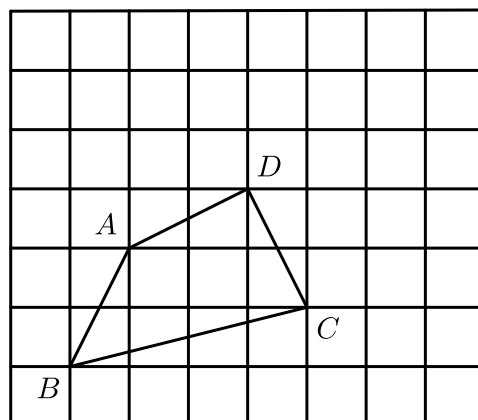
练习14

31. 如图，在每个边长为1的小正方形网格中，点 A, E, F 为格点，连接 AE, AF 交网格线于 B, C 两点，连接 BC 得 $\triangle ABC$ 。



- (1) BC 的长等于 _____ .
- (2) 图中的点 P 为 BC 边上一格点，过 P 点有一条直线 l 可以平分 $\triangle ABC$ 的面积，请在下面的网格中，用无刻度的直尺，画出这条直线 l ，并简要说明直线 l 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

32. 如图，在由边长都为1的小正方形组成的网格中，点 A ， B ， C ， D 均为格点．



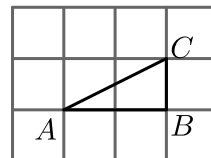
(1) 线段 BC 的长度等于 _____ ．

(2) 若 K 为线段 CD 上一点，且满足 $S_{\triangle BCK} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形}ABCD}$ ，请你借助无刻度直尺在给定的网格中画出满足条件的线段 BK ，并简要说明你是怎么画出点 K 的 _____ ．

九、 线段最值 (一)

|| 例题14

33. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上．

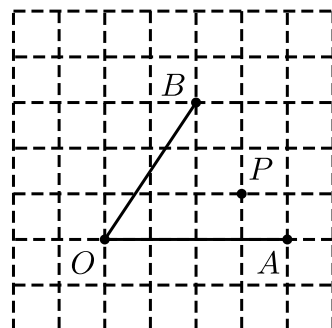


(1) 计算 $\triangle ABC$ 的边 AC 的长为 _____ ．

(2) 点 P ， Q 分别为边 AB ， AC 上的动点，连接 PQ ， QB ．当 $PQ + QB$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 PQ ， QB ，并简要说明点 P ， Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____ ．

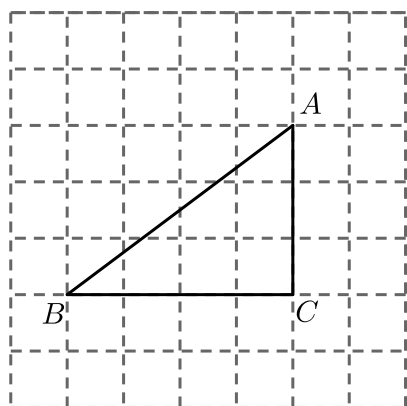
练习15

34. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 O 、 P 均在格点上。



- (1) OB 的长等于 _____ .
- (2) 点 M 在射线 OA 上，点 N 在射线 OB 上，当 $\triangle PMN$ 的周长最小时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出 $\triangle PMN$ ，并简要说明点 M ， N 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

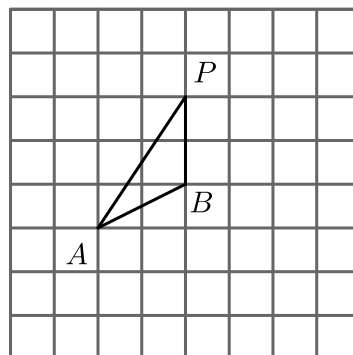
35. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A ，点 B ，点 C 均落在格点上。



- (1) 线段 AB 的长度= _____ .
- (2) 请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，在 $\angle ABC$ 的平分线上找一点 P ，在 BC 上找一点 Q ，使 $CP + PQ$ 的值最小，并简要说明点 P ， Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

例题15

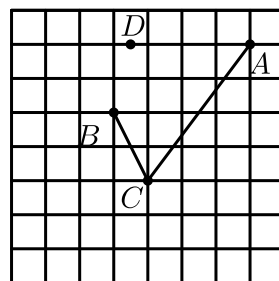
36. 如图，将 $\triangle ABP$ 放在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 P 均落在格点上。



- (1) $\triangle ABP$ 的面积等于 _____ .
- (2) 若线段 AB 水平移动到 $A'B'$ ，且使 $PA' + PB'$ 最短，请在如图所示的网格中，用直尺画出 $A'B'$ ，并简要说明画图的方法（不要求证明） _____ .

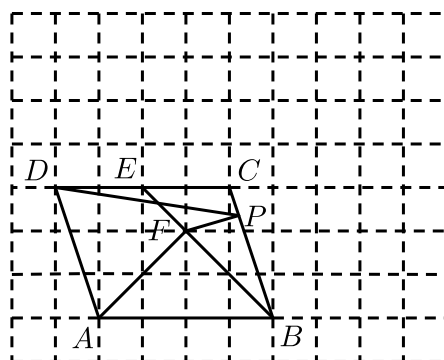
练习16

37. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A 、 B 、 C 为格点， D 为小正方形边的中点。

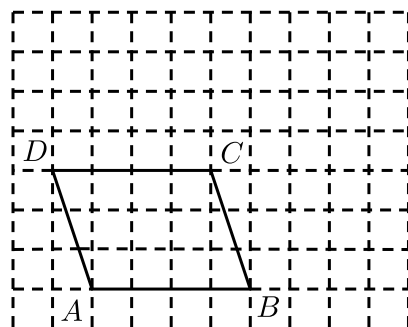


- (1) AC 的长等于 _____ .
- (2) 点 P 、 Q 分别为线段 BC 、 AC 上的动点，当 $PD + PQ$ 取得最小值时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺，画出线段 PD 、 PQ 。并简要说明点 P 和点 Q 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ .

38. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上．点 E 为直线 CD 上的动点，连接 BE ，作 $AF \perp BE$ 于 F ．点 P 为 BC 边上的动点，连接 DP 和 PF ．



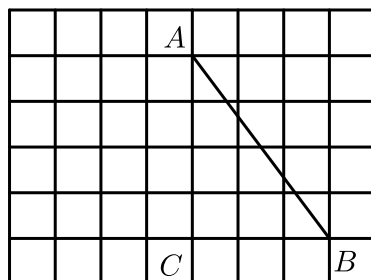
- (1) 当点 E 为 CD 边的中点时， $\triangle ABF$ 的面积为 _____ ．
- (2) 当 $DP + PF$ 最短时，请在如图所示的网格中，用无刻度的直尺画出点 P ，并简要说明点 P 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．



十、 线段最值问题（二）

例题16

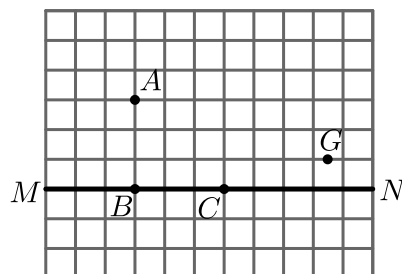
39. 如图所示，在每个边长都为1的小正方形组成的网格中，点 A 、 B 、 C 均为格点．



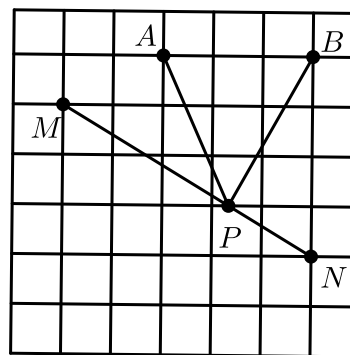
- (1) 线段 AB 的长度等于 _____ ．
- (2) 若 P 为线段 AB 上的动点，以 PC ， PA 为邻边的四边形 $PAQC$ 为平行四边形，点 PQ 长最小时，请你借助网格和无刻度的直尺画出该平行四边形，并简要说明你的作图方法 _____ （不要求证明） ．

练习17

40. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中， A, M, N 均在格点上．在线段 MN 上有一动点 B ，以 AB 为直角边在 AB 的右侧作等腰直角 $\triangle ABC$ ，使 $AB = BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， G 是一个小正方形边的中点．



- (1) 当点 B 的位置满足 $AB \perp MN$ 时，求此时 CG 的长 _____ ．
- (2) 请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出一个点 C ，使其满足线段 GC 最短，并简要说明点 C 的位置是如何找到的（不要求证明） _____ ．
41. 如图，在每个小正方形的边长为1的网格中，点 A, B, M, N 均在格点上， P 为线段 MN 上的一个动点．



- (1) MN 的长等于 _____ ．
- (2) 当点 P 在线段 MN 上运动，且使 $PA^2 + PB^2$ 取得最小值时，请借助网格和无刻度的直尺，在给定的网格中画出 P 的位置，并简要说明你是怎么画的（不要求证明） _____ ．

